Strumenti di misura

Al fine di analizzare il funzionamento di un circuito, risulta necessario poter misurare grandezze elettriche come tensioni, correnti, resistenze in qualsiasi nodo/ramo del sistema elettronico.

Prima di tutto definiamo le caratteristiche fondamentali di uno strumento.

NUMERO DI CIFRE SIGNIFICATIVE

Massimo numero di 9 che lo strumento puo' visualizzare sul display

SENSITIVITA'

Livello minimo che lo strumento di misura puo' rivelare per una data misura

RISOLUZIONE

Minima variazione apprezzabile della grandezza in esame attraverso tutto il campo di misura.
Esempio: Voltmetro a 4 cifre con fondo scala di 10 V, ha una sensibilita' di 1 mV.

ACCURATEZZA

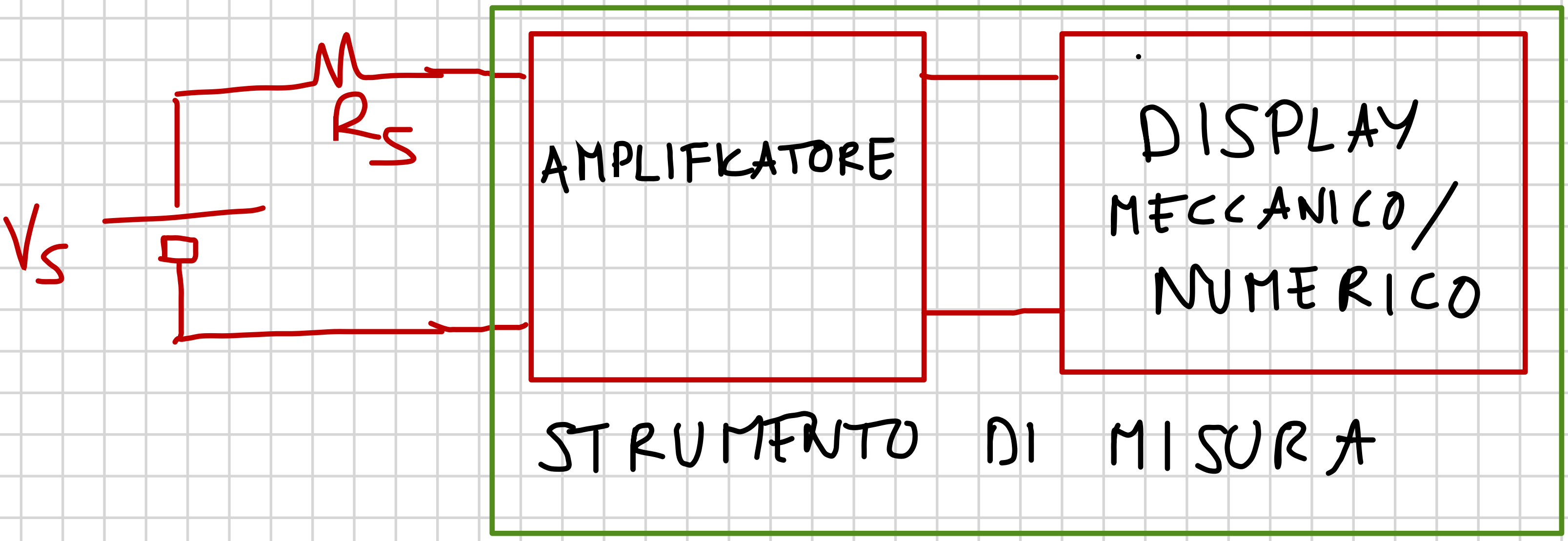
Attitudine di uno strumento a dare indicazioni prive di errori sistematici e tendenti al valore da misurare.
Esempio: Un metro in metallo ad alte temperature si allunga a causa della dilatazione termica, inducendo errori sistematici di misura.

Lo strumento affinche' funzioni in maniera corretta deve essere tarato.

In particolare, dobbiamo porre attenzione alla procedura di azzeramento (lo strumento deve indicare un valore nullo se la grandezza di ingresso e' nulla) e di calibrazione, ovvero due strumenti applicati alla stessa grandezza da misurare devono dare lo stesso risultato.

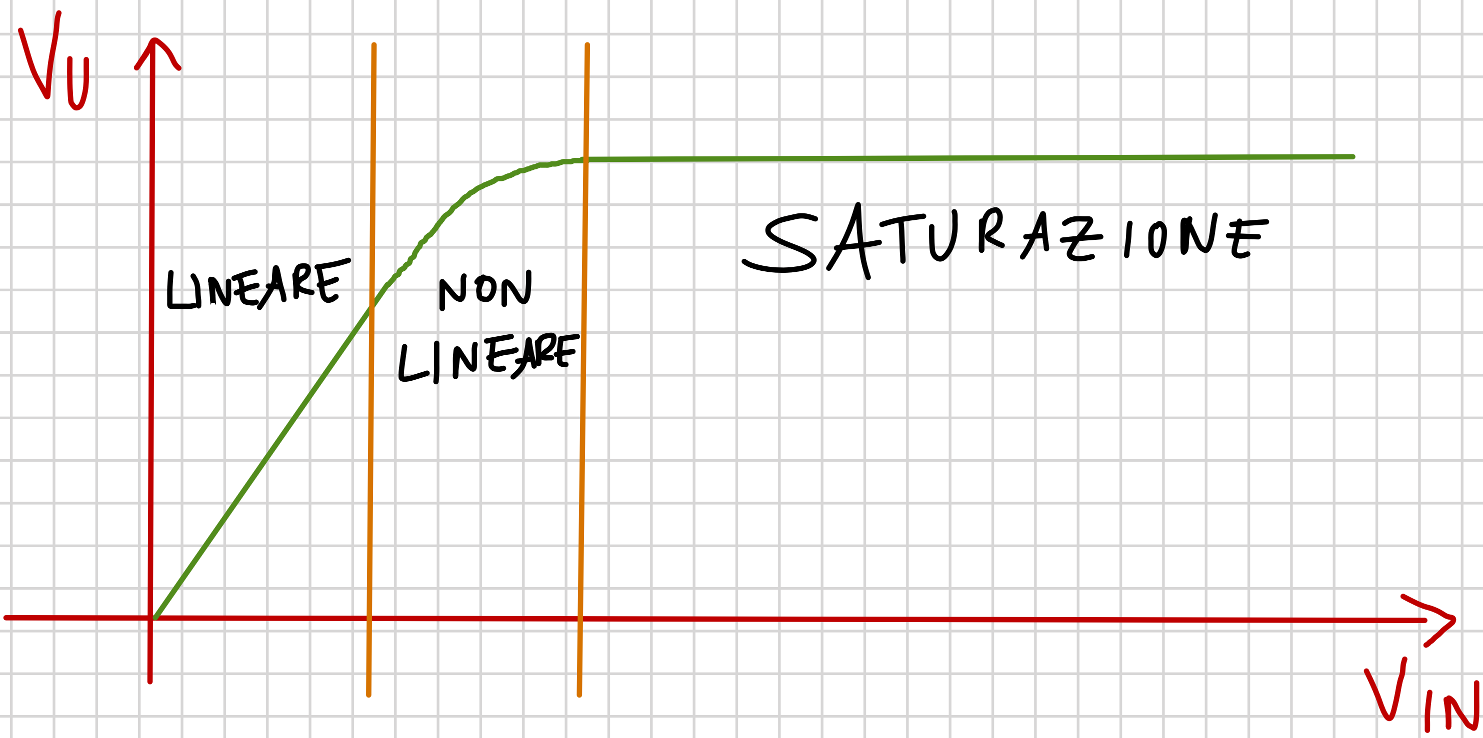
Cominciamo con l'analizzare il Voltmetro, che misura la tensione tra due nodi di un circuito. In generale le tensioni che ci possiamo trovare di fronte possono variare in range molto grandi, ovvero da qualche microVolt fino a decine di Volt. Il Voltmetro deve essere in grado di poter misurare correttamente in tutto l'intervallo suddetto.

Applicando il Teorema di Thevenin, il circuito visto dai due nodi su cui viene fatta la misura, puo' essere schematizzato come un generatore di tensione Vs con in serie una resistenza Rs. Tali nodi devono essere poi inseriti in ingresso al sistema di misura, che dovra' opportunamente amplificare il segnale e visualizzare il valore misurato tramite un display meccanico/numerico.



Se infatti il display ha un range di funzionamento di 1-10 V, non possiamo collegare direttamente Vs al display, ma il segnale deve essere opportunamente amplificato.

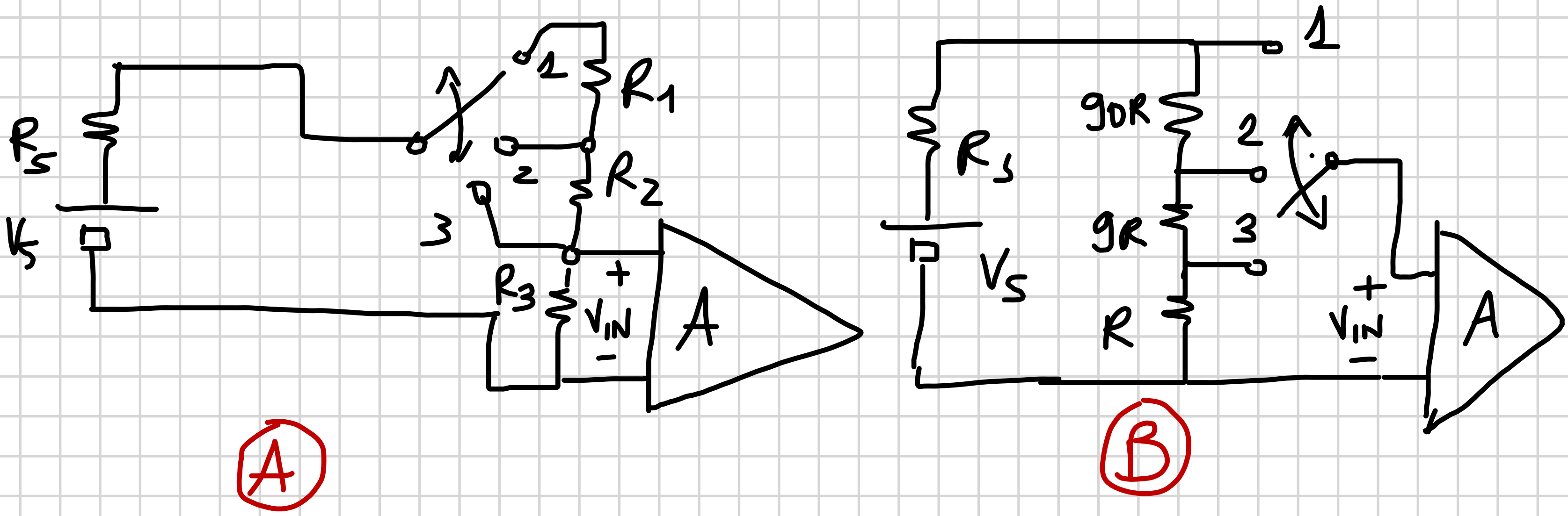
L'amplificatore avra' una caratteristica ingresso/uscita del tipo:



Riconosciamo tre regioni di funzionamento: lineare, non-lineare e saturazione. Ovviamente, al fine di avere una diretta proporzionalita' tra la tensione di uscita e quella di ingresso, cerchero' di far lavorare l'amplificatore in zona lineare.

Il guadagno totale del sistema deve pero' poter variare in funzione delle tensioni da misurare. Supponiamo per esempio di voler misurare tensioni di 100 uV. Per poter avere tensioni di 1 V in ingresso al display, l'amplificatore deve avere un guadagno di almeno 10^4. Se pero' la tensione di ingresso e' di 1 V, chiaramente un'amplificazione di 10^4 fa saturare l'amplificatore

Fissata quindi l'amplificazione, al fine di poter misurare tensioni su un range molto variabile, dobbiamo utilizzare un partitore in ingresso che attenui preventivamente il segnale nel caso esso sia troppo grande. In pratica, quello che facciamo e' variare il fondo scala, ovvero la massima grandezza che posso misurare in un determinato intervallo.
A tal fine, utilizziamo dei partitori in ingresso all'amplificatore.



Possiamo utilizzare due soluzioni circuitali, mostrate in figura A e B. Il vantaggio della configurazione B e' che la resistenza vista dal generatore Vs e' sempre la stessa indipendentemente dalla posizione del commutatore (posizione 1, 2 e 3, mostrate in figura).
Analizziamo quindi la tensione in ingresso all'amplificatore Vin, a seconda dalla posizione del commutatore e supponendo che R>>Rin, la resistenza di ingresso dell'amplificatore.

POSIZIONE 1

$$V_{IN} = \frac{100R}{100R + R_S} V_S \simeq V_S \quad \text{se} \quad 100R \gg R_S$$

POSIZIONE 2

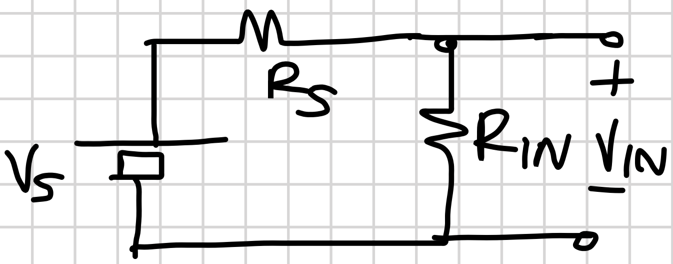
$$V_{IN} = \frac{10R}{100R + R_S} V_S \simeq 0{,}1 V_S$$

POSIZIONE 3

$$V_{IN} = \frac{R}{100R + R_S} V_S \simeq 0{,}01 V_S$$

Se la resistenza di ingresso Rin e' dello stesso ordine della Rs, abbiamo quello che viene definito caricamento della sorgente.

Il circuito da considerare e' il seguente

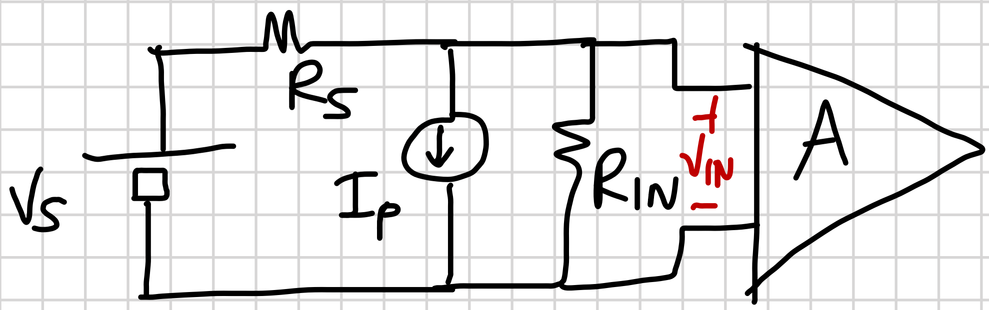


$$V_{IN} = \frac{R_{IN}}{R_{IN}+R_S} V_S$$

$$\varepsilon \triangleq \frac{V_{IN}-V_S}{V_S} = \frac{\frac{R_{IN}}{R_{IN}+R_S} V_S - V_S}{V_S} = -\frac{R_S}{R_S+R_{IN}} = \text{CARICAMENTO DELLA SORGENTE}$$

Il caricamento della sorgente viene espresso in %. Se per esempio vogliamo un caricamento della sorgente minore di 1% e se la Rs massima e' pari a 1MOhm, la Rin deve essere > 100 MOhm. Quindi al fine di evitare il caricamento della sorgente, la Rin deve essere >> della massima Rs.

Oltre a questo potremmo avere anche problemi di caricamento dovute alla correnti di polarizzazione.

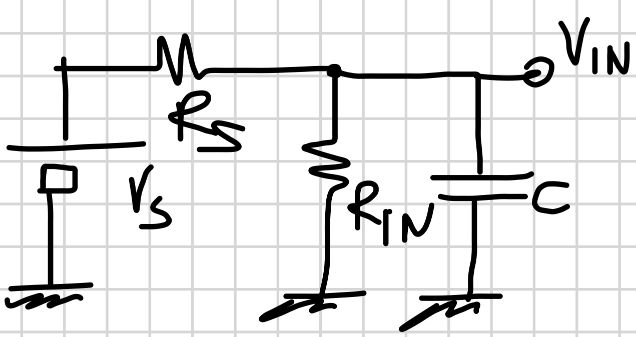


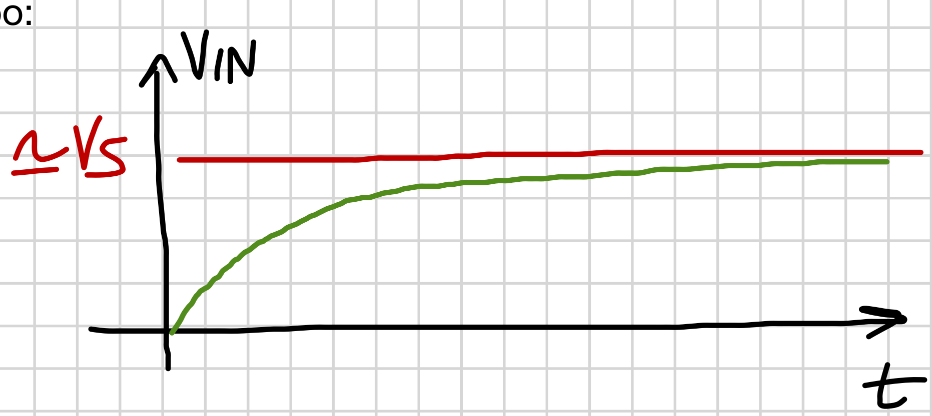
Supponiamo che la minima tensione misurabile sia pari a 10 mV. Supponiamo che la caduta dovuta alla polarizzazione sia minore di 100 volte la minima tensione misurabile, ovvero Vmax=100 uV.

Nel caso peggiore, la Ip passa tutta in Rin, e quindi, se Rin=100 MOhm come nel caso precedente

$$R_{IN} I_P < V_{MAX} \Rightarrow I_P < \frac{V_{MAX}}{R_{IN}} = 1\,pA$$

Oltre alla resitenza di ingresso, lo strumento puo' avere anche una capacita' parassita che puo' produrre i seguenti effetti. Se per esempio Rs=10^12 Ohm e Rin=10^14 Ohm e C=20 pF, avremo che la Vin avra' il seguente andamento nel tempo:

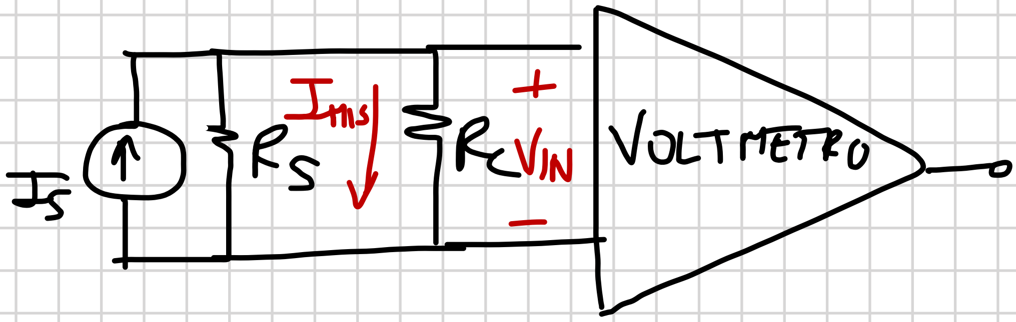




$$V_{IN} = V_S\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad \tau = R_{IN} // R_S C = 20 s$$

Ovvero prima di leggere il valore di tensione sul display dovremmo attendere tempi di decine di secondi. Questo ovviamente e' un caso limite, che comunque ci fa comprendere l'effetto della capacita' parassita sulla misura.

Cerchiamo adesso invece di effettuare delle misure di corrente utilizzando il sistema appena descritto. Se per esempio in ingresso all'amplificatore mettiamo una resistenza di valore noto Rc, avremo:



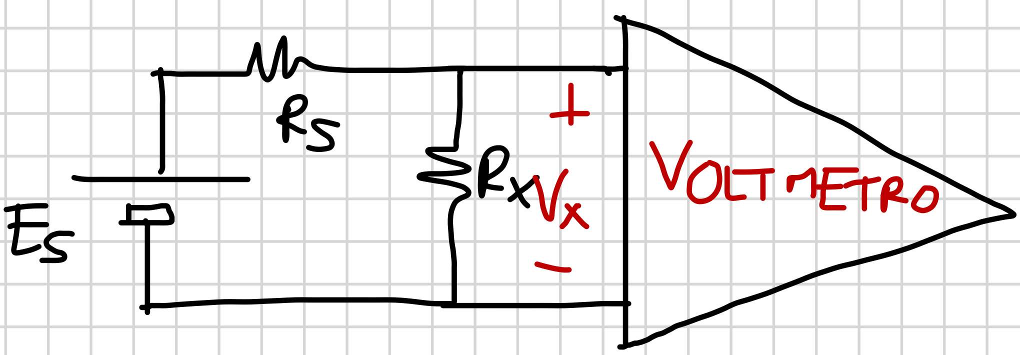
$$V_{IN} = \frac{R_C R_S I_S}{R_C + R_S} \Rightarrow I_{MIS} = \frac{V_I}{R_C} = \frac{R_S I_S}{R_S + R_C}$$

$$\text{Affinché } I_{MIS} \simeq I_S \Longrightarrow R_S \gg R_C$$

Quindi possiamo concludere che, mentre per il voltmetro la resistenza di ingresso deve essere la piu' grande possibile, per l'amperometro la resistenza di ingresso deve essere la piu' piccola possibile al fine di non caricare la sorgente. Possiamo calcolarci l'errore sistematico come:

$$\mathcal{E} = \frac{I_{MIS} - I_S}{I_S} = -\frac{R_C}{R_S + R_C}$$

Consideriamo adesso un sistema che permette di misurare la resistenza tra due nodi. A tal fine utilizziamo una batteria ausiliaria di valore noto Es e resistenza serie Rs.

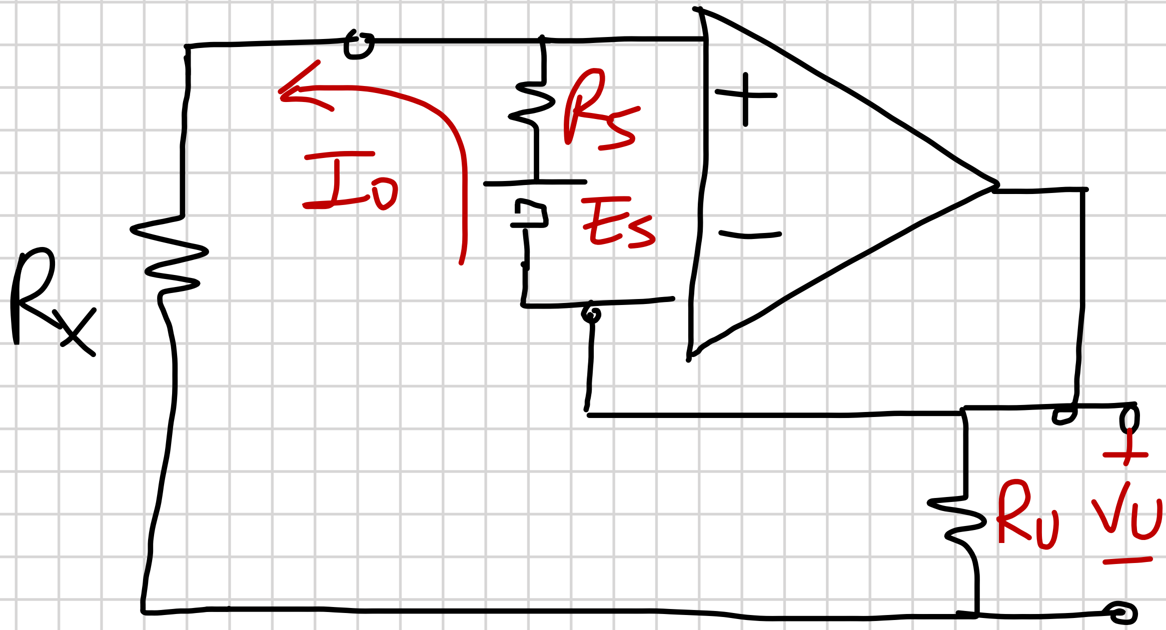


$$V_x = \frac{R_x}{R_x + R_S} E_S \quad ; \quad V_x R_x + V_x R_S = R_x E_S$$

$$V_x R_S = R_x (E_S - V_x) \implies R_x = \frac{V_x R_S}{E_S - V_x}$$

Come si nota, abbiamo che il valore della resistenza incognita Rx non e' direttamente proporzionale alla tensione Vx misurata dal voltmetro.

Per evitare questo problema si utilizza un generatore ideale di corrente, attraverso una rete reazionata.

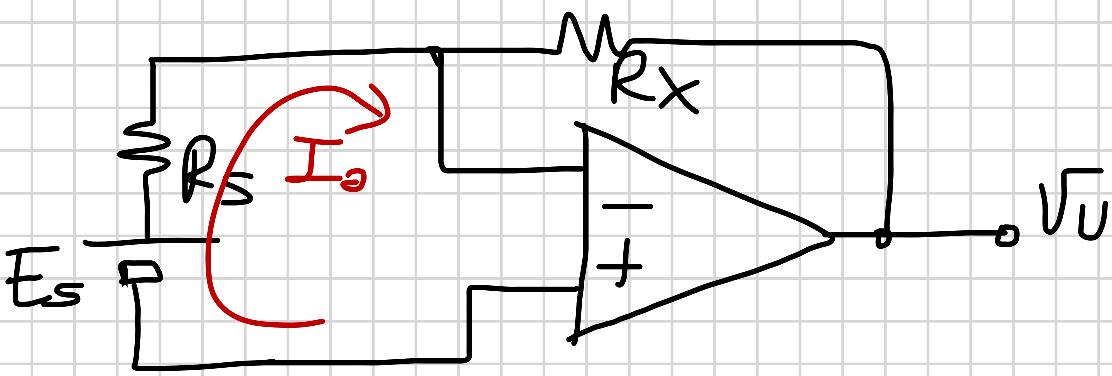


Per il corto circuito virtuale

$$I_0 = \frac{E_S}{R_S} \qquad V_U = V_{Rx}$$

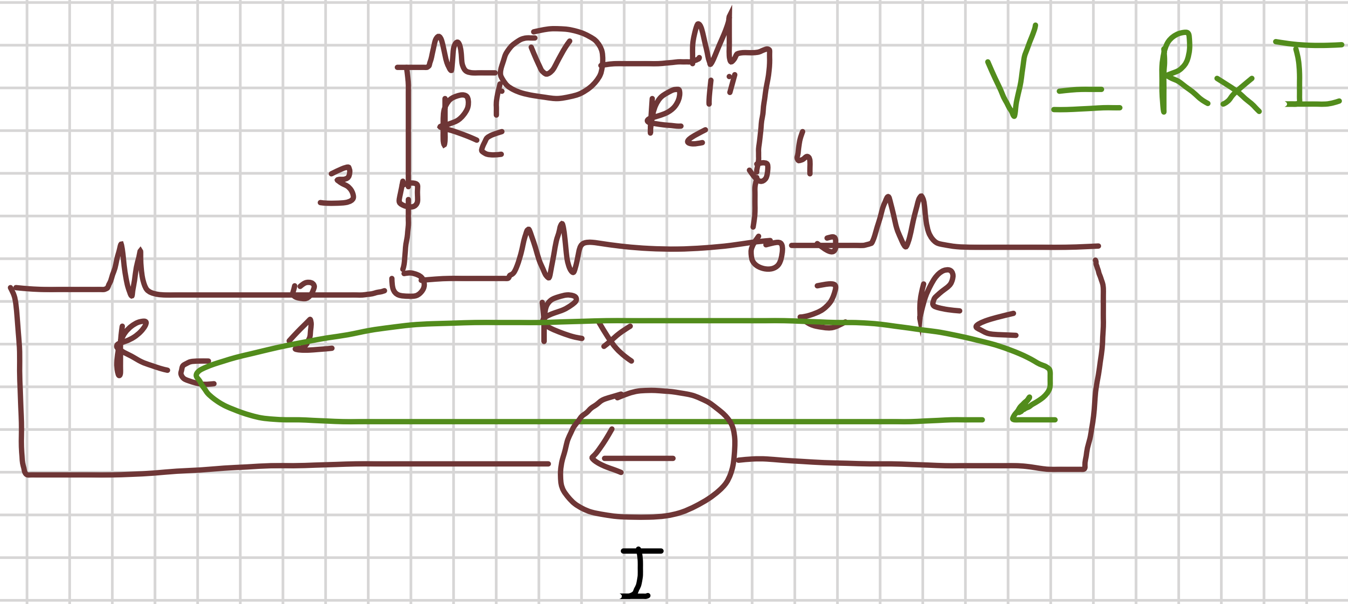
$$V_{Rx} = \frac{R_x E_S}{R_S} = V_U$$

Equivalentemente possiamo utilizzare un circuito del tipo:



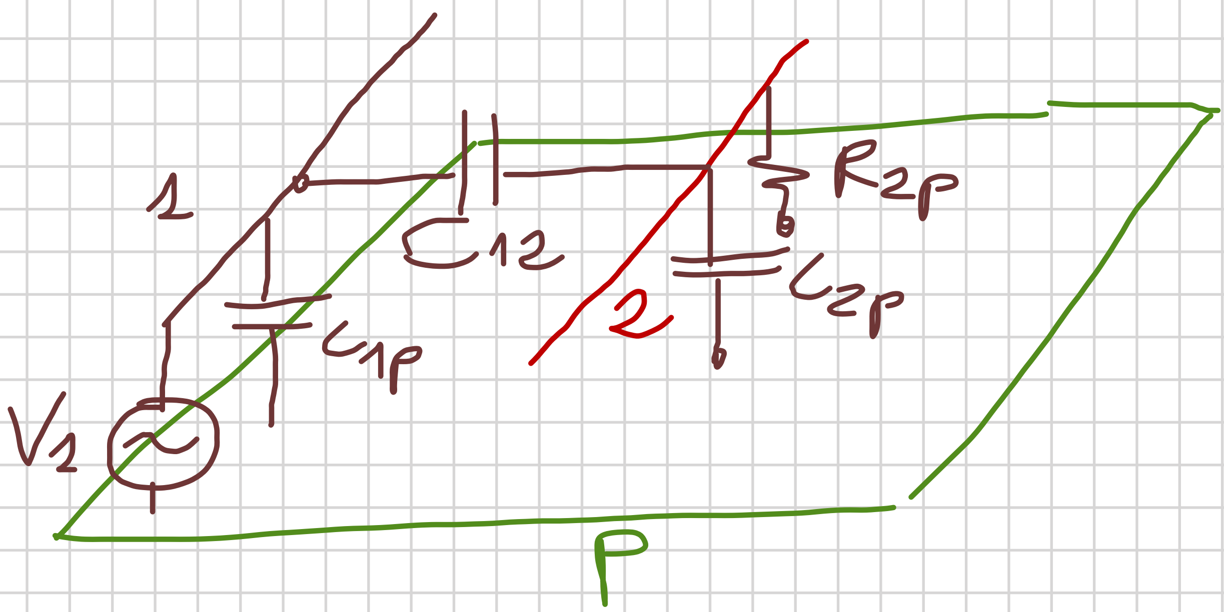
$$I_0 = \frac{E_S}{R_S} \implies V_U = -\frac{R_x V_S}{R_S}$$

In alcuni casi, il valore della resistenza Rs non e' conosciuto a priori e puo' essere dovuto a resistenze di contatto parassite dei puntali elettrici applicati in corrispondenza dei nodi a cui si vuol misurare la resistenza. Al fine di evitare questo problema e per effettuare delle misure accurate, si utilizzano le misure a 4 contatti, come mostrate di seguito.

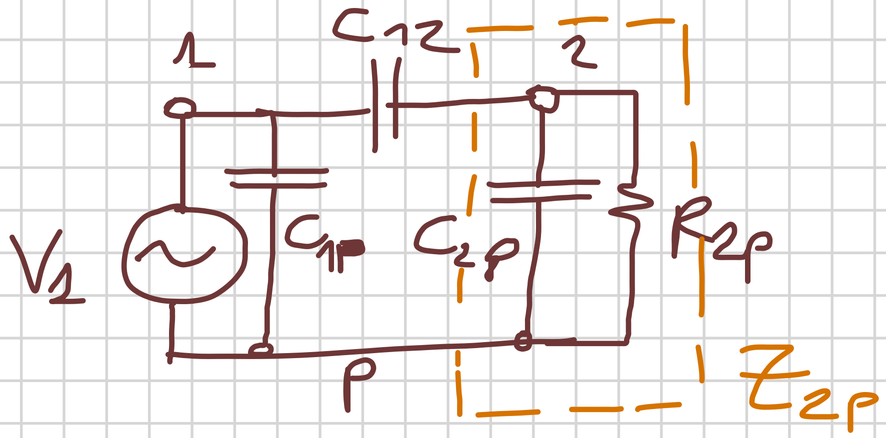


In pratica abbiamo 4 terminali, indicati con 1, 2, 3 e 4 nella figura di sopra. Ai terminali 1 e 2 (detti anche terminali amperometrici) viene imposta una corrente I di valore noto. Ai terminali 3 e 4 (terminali voltmetrici) viene applicato invece un voltmetro. La caduta su Rx e' pari a V=Rx*I. Essendo la resistenza del Voltmetro molto grande, possiamo assumere che in Rc' e Rc'' non scorra corrente, quindi il Voltmetro legge in ingresso la tensione V. In questa maniera le resistenze di contatto (Rc) non entrano mai in gioco.

Studiamo li effetti dei disturbi dovuti alla rete tramite accoppiamenti capacitivi. Supponiamo di avere due conduttori (1 e 2), uno dei quali collegato alla tensione di rete. Sia P il piano di massa. C1p rappresenta l'accoppiamento di 1 con P. C2p l'accoppiamento del conduttore 2 con P. C12 l'accoppiamento tra 1 e 2 e R2p la resistenza tra 2 e P.



Una situazione del genere puo' essere schematizzata come segue:



Se Z2p e' l'impedenza C2p//R2p, possiamo ricavarci le tensioni ai nodi 1 e 2 come:

$$V_2 = \frac{Z_{2p}}{Z_{2p} + \frac{1}{C_{12} j\omega}} V_1$$

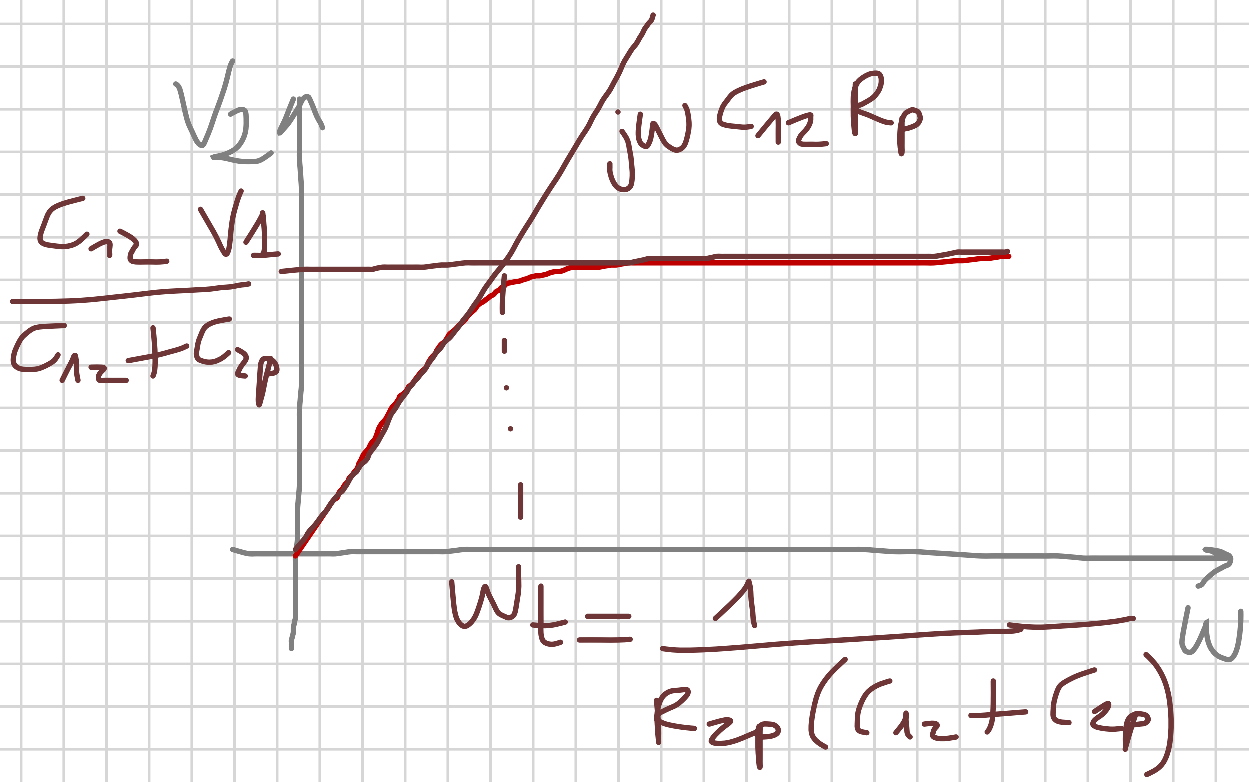
$$Z_{2p} = \frac{1}{C_{2p} j\omega} // R_{2p} = \frac{R_{2p}}{R_{2p} C_{2p} j\omega + 1}$$

$$V_2 = \frac{\frac{R_{2p}}{R_{2p} C_{2p} j\omega + 1} V_2}{\frac{R_{2p}}{R_{2p} C_{2p} j\omega + 1} + \frac{1}{C_{12} j\omega}} =$$

$$= \frac{R_{2p} C_{12} j\omega \quad V_1}{R_{2p} C_{12} j\omega + R_{2p} C_{2p} j\omega + 1} =$$

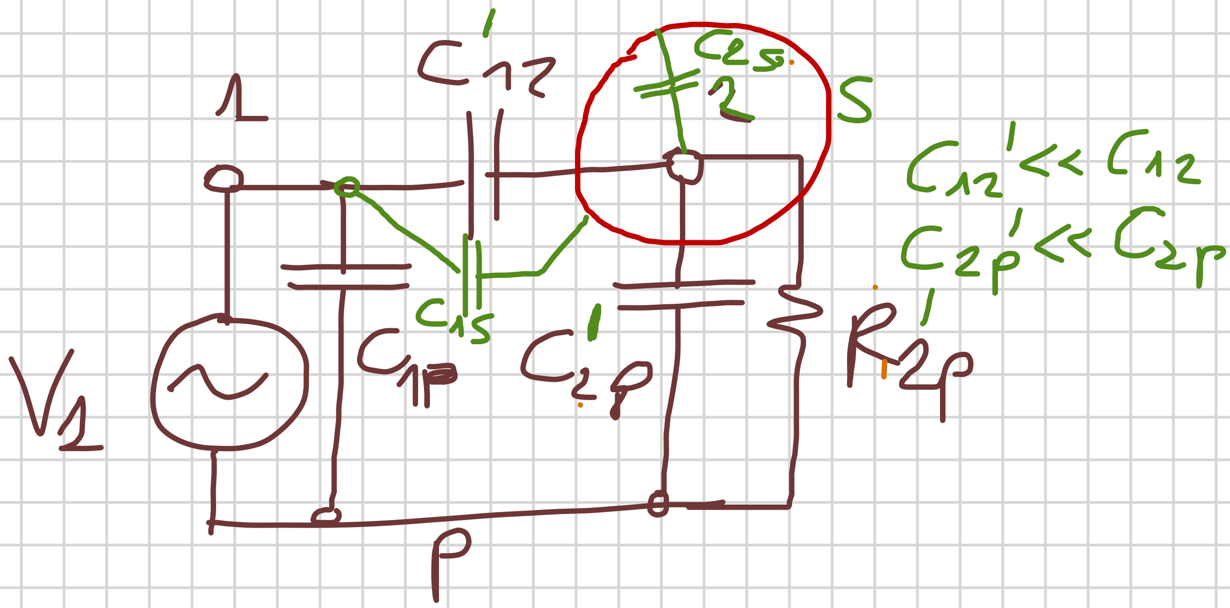
$$= \frac{R_{2p} C_{12} j\omega \; V_1}{R_{2p} (C_{12} + C_{2p}) j\omega + 1} = \frac{\frac{j\omega C_{12}}{C_{12} + C_{2p}} V_1}{j\omega + \frac{1}{R_{2p}(C_{12} + C_{2p})}}$$

In funzione della pulsazione, V2 ha il seguente andamento:



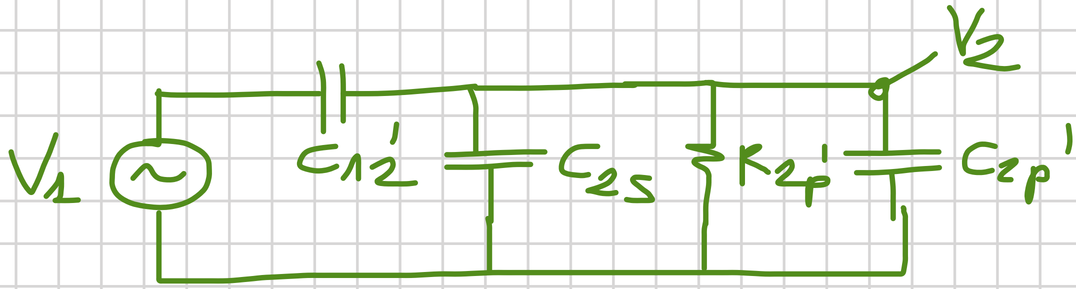
Ovviamente, V2 vorremmo che fosse la piu' piccola possibile. A tal fine per pulsazioni minori della pulsazione d'angolo \Omega_t, vorremmo C12 piccolo e Rp piccolo. Per pulsazioni maggiori, vorremmo C12 piccolo.

Una delle soluzioni generalmente adottate e' quella di utilizzare cavi schemati, ovvero un conduttore coassiale rispetto al conduttore 2. Lo schema corrispondente e' il seguente:



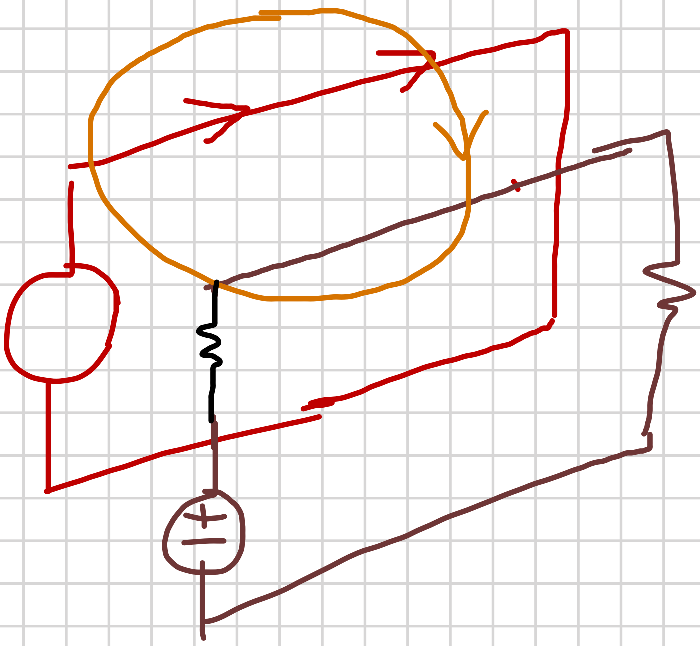
C12' e C2p' esistono sempre in quanto lo schermo S non copre 2 per tutta la sua lunghezza. Comunque: C12'<<C12 e C2p' << C2p.

Il beneficio fondamentale lo otteniamo se colleghiamo lo schermo S al riferimento P, ottenendo il seguente schema:

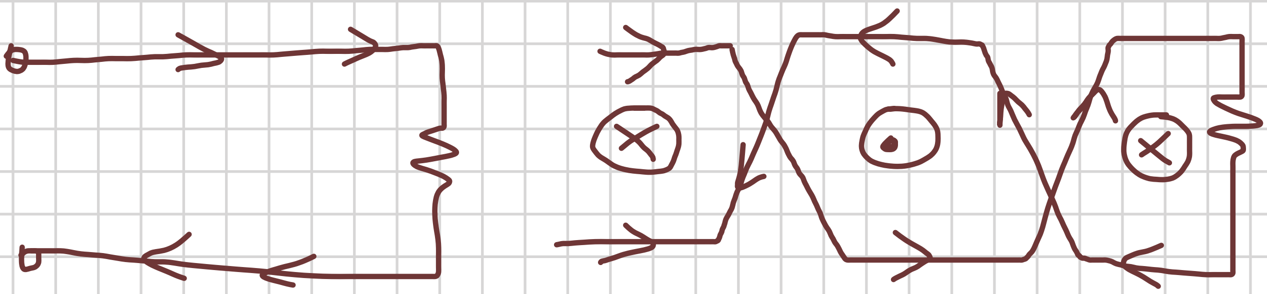


Formalmente abbiamo lo stesso schema di prima, con C12 sostituita con C12' e C2p con il parallelo di C2s e C2p'. D'altra parte C12'<<C12 e C2p<<(C2p'+C2s) e quindi il valore asintotico di V2 viene notevolmente ridotto.

Oltre a un accoppiamento capacitivo potremmo avere anche un accoppiamento di tipo induttivo, ovvero un accoppiamento tra spire.

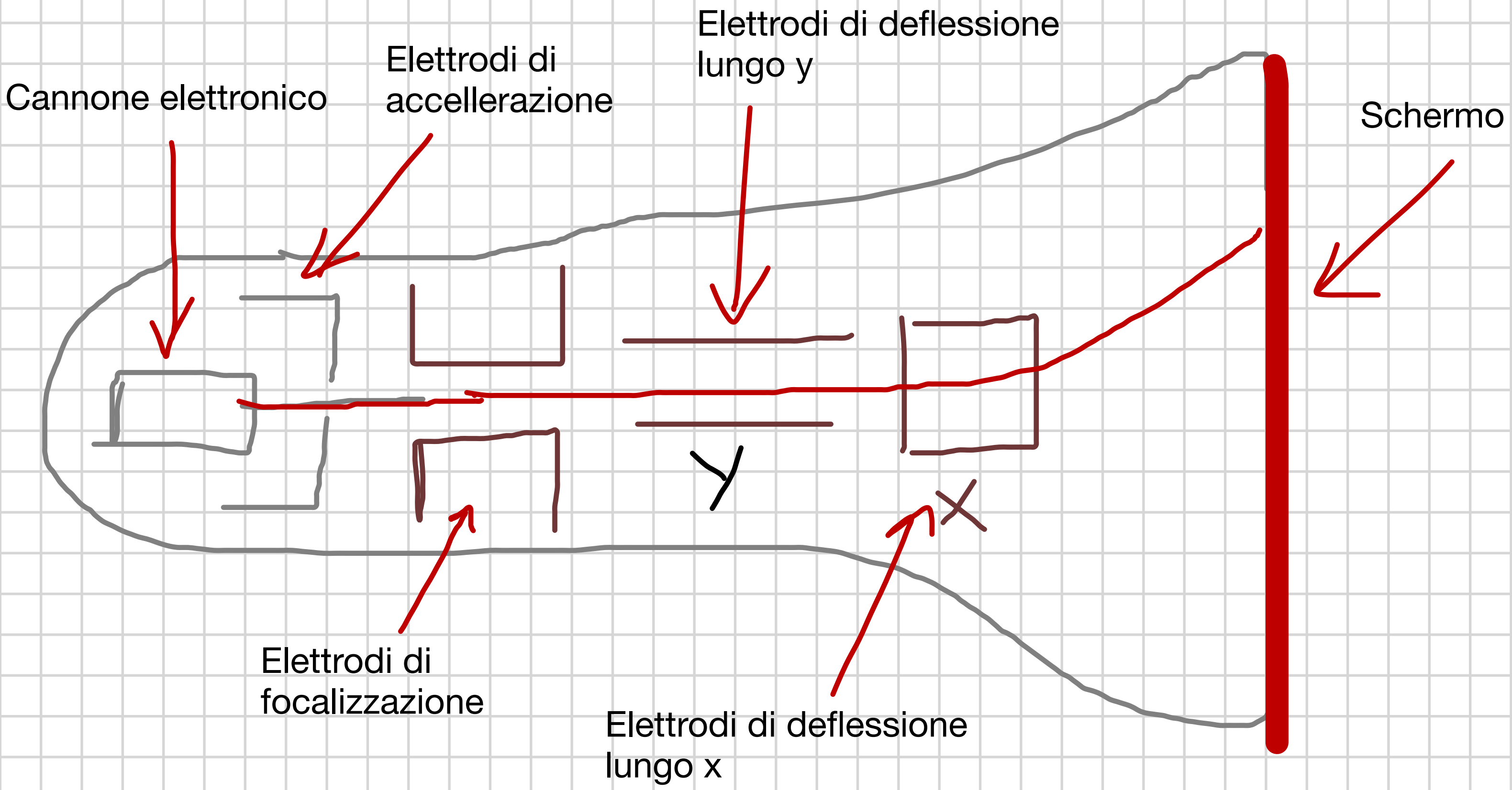


Un metodo generalmente utilizzato per diminuire questi effetti induttivi e quello di intrecciare i cavi, cosi da realizzare delle spire percorse da correnti di verso opposto che generano tensioni elettromotrici in serie, di valore uguale, ma verso opposto.



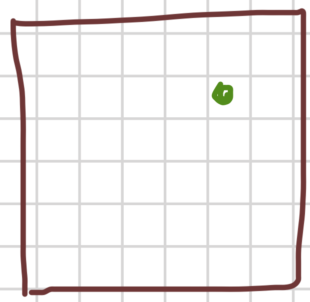
Oscilloscopi

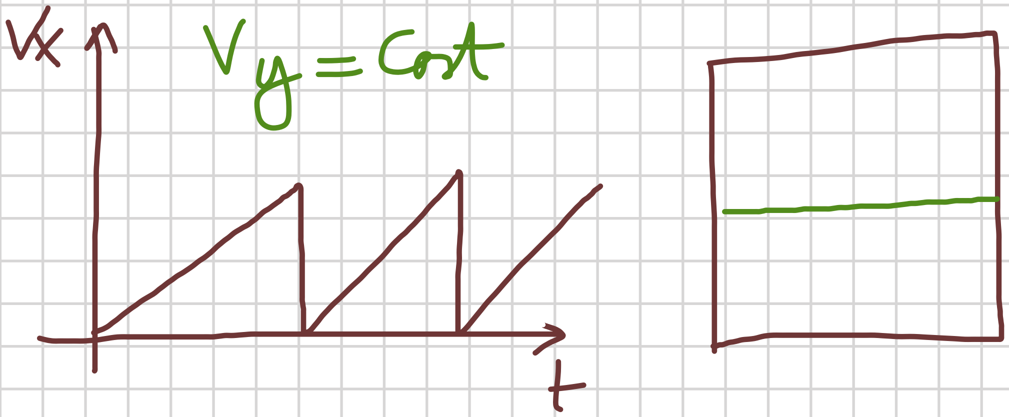
Li oscilloscopi sono strumenti di misura che permettono di visualizzare su un display tensioni variabili nel tempo. Lo schema di principio di un oscilloscopio e' il seguente.



Il fascio di elettroni viene generato dal cannone elettronico e poi accellerato tramite elettrodi di accellerazione. Altri elettrodi servono poi per collimare il fascio e focalizzarlo. Il fascio di elettroni colpisce lo schermo a fosfori che emette fotoni, una volta deflesso attraverso due campi trasversali (lungo x e lungo y) generati da due placche metalliche a cui vengono applicati dei potenziali generati internamente dall'oscilloscopio (x) e esternamente (y).

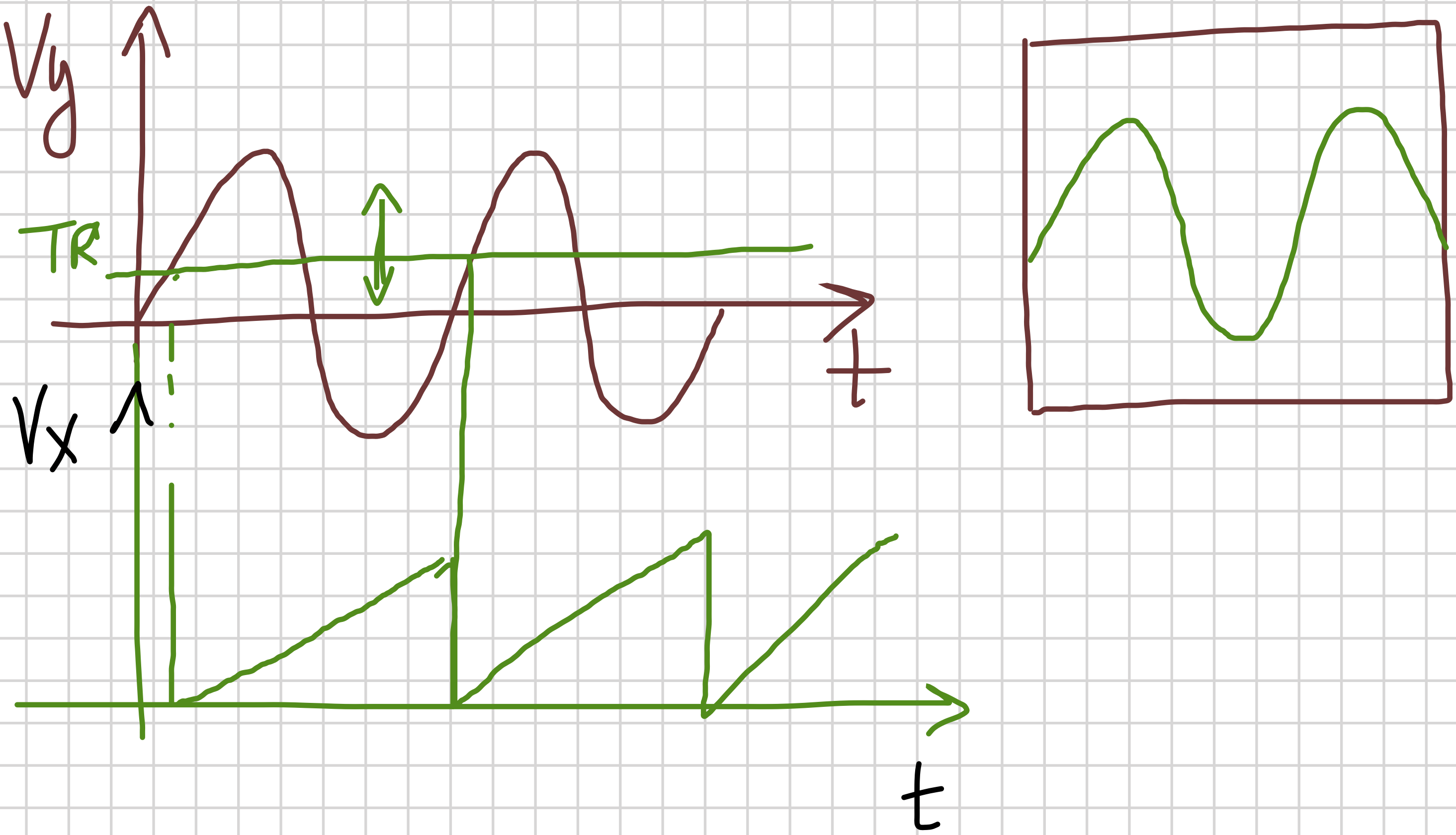
In particolare, se il quadrato a destra rappresenta lo schermo dell'oscilloscopio, nel caso che le tensioni applicate sugli elettrodi di deflessione x e y siano costanti, allora osservero' un punto sullo schermo.



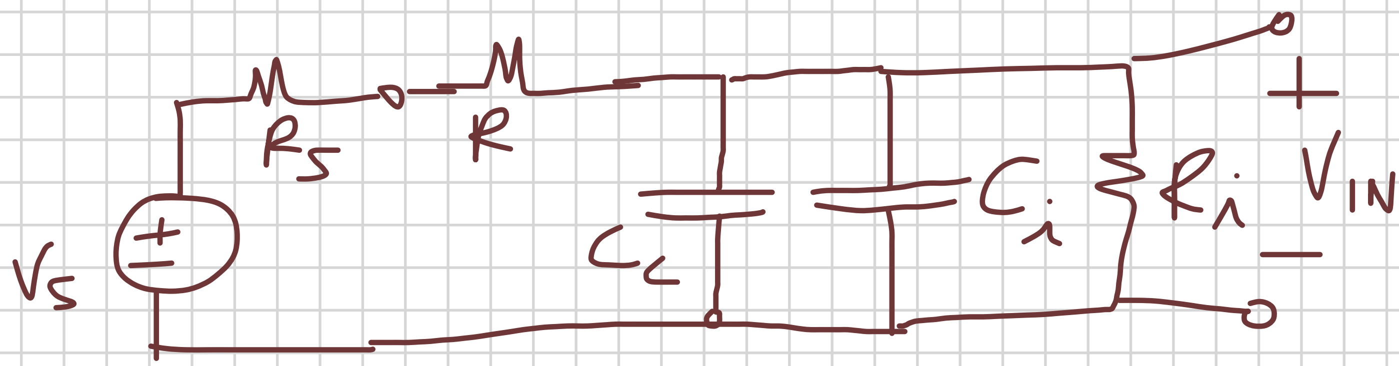


Nel caso invece che la tensione sugli elettrodi x (Vx) sia un dente di sega, mentre quella applicata sugli elettrodi di deflessione lungo y sia costante, osserviamo un fascio che delinea una retta orizzontale. In pratica il fascio si sposta velocemente da sinistra verso destra, ma per la persistenza della luce sia sullo schemo che sulla retina, osserviamo una tratto continuo.

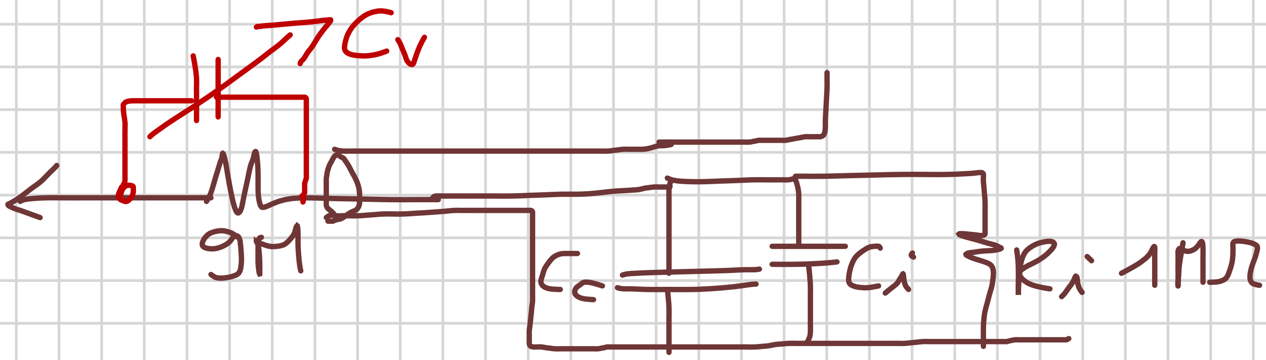
Se invece Vy varia nel tempo, allora osservero' sullo schermo dell'oscilloscopio la stessa forma d'onda sugli elettrodi y, a patto di sincronizzare tramite un livello di tensione detto Trigger, Vy con la tensione di scansione del fascio Vx lungo l'asse x. Variando il periodo della forma d'onda periodica a dente di sega vario la base dei tempi.

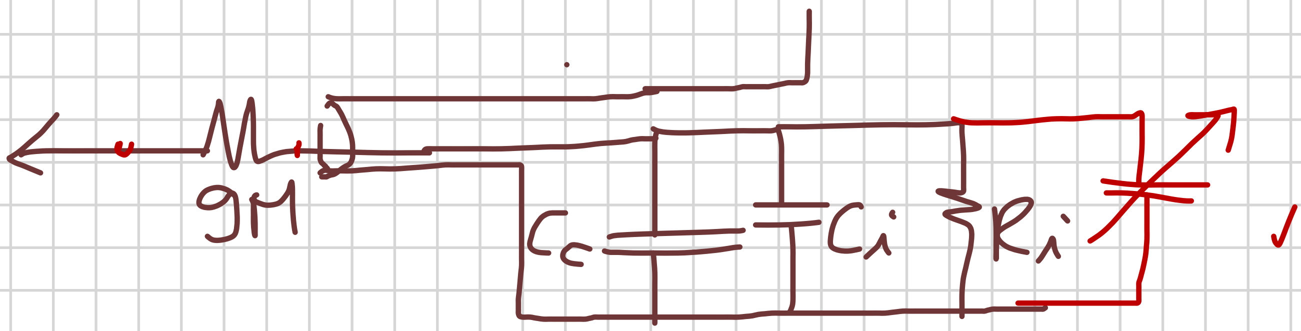


Il segnale da visualizzare sull'oscilloscopio viene prelevato tramite un cavo coassiale, chiamato sonda. Ancora una volta, la tensione da prelevare puo' essere schematizzata come un generatore Vs in serie a una resistenza Rs. Generalmente la sonda ha anche una resistenza R in serie. Cc e' la capacita' del cavo coassiale, mentre Ci e Ri sono le resistenze in ingresso all'oscilloscopio. Ne deriva che se Vin e' la tensione effettivamente in ingresso all'oscilloscopio, allora Vs verra' attenuata in maniera differente a seconda della frequenza.

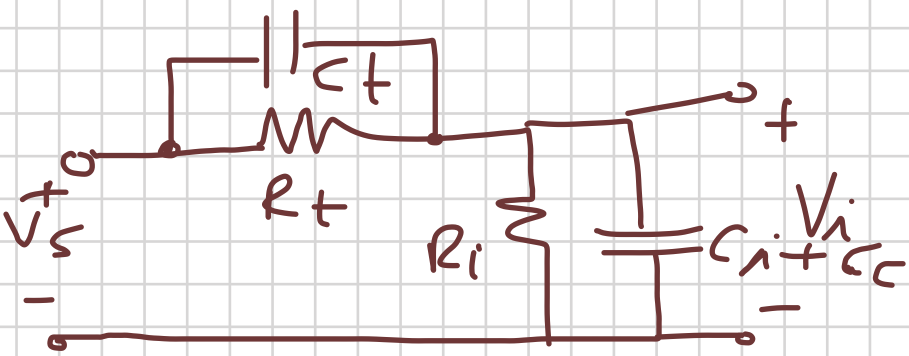


Per evitare la diversa attenuazione in funzione della frequenza, si utilizzano le sonde compensate, che contengono una capacita' Cv variabile in parallelo a R oppure in ingresso all'oscilloscopio





Ricaviamoci il rapporto tra la tensione Vin e Vs in funzione della frequenza, considerando il circuito di sotto, formalmente identico a quelli appena descritti



$$H(j\omega) = \frac{\dfrac{R_i}{R_i(C_i+C_c)j\omega+1}}{\dfrac{R_i}{R_i(C_i+C_c)j\omega+1} + \dfrac{R_t}{R_t C_t j\omega + 1}} =$$

$$= \frac{R_i(R_t C_t j\omega + 1)}{R_i(R_t C_t j\omega + 1) + R_t[R_i(C_c + C_i)j\omega + 1]} =$$

$$= \frac{R_i + R_i R_t j\omega C_t}{R_i + R_t + R_i R_t (C_t + C_c + C_i) j\omega}$$

Affinche' la funzione di trasferimento sia costante al variare della frequenza deve verificarsi

$$H(j\omega) = K \in \mathbb{R}, \quad \forall\ \omega$$

Questo deve valere per ogni frequenza e quindi anche per frequenza nulle e frequenze infinite. Avremo percio'

$$\frac{C_t}{C_t + C_c + C_i} = K = H(+\infty)$$

$$R_i - K R_i - K R_t = 0$$

$$K = \frac{R_i}{R_i + R_t} = H(0)$$

$$H(0) = H(\infty) \implies \boxed{\frac{R_i}{R_i + R_t} = \frac{C_t}{C_t + C_c + C_i}}$$