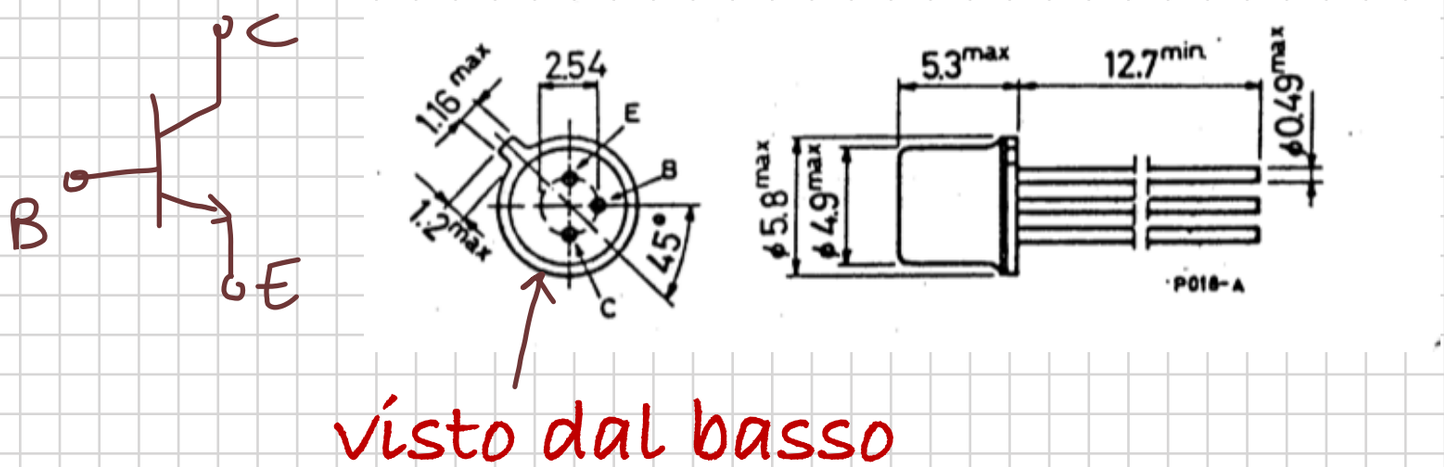
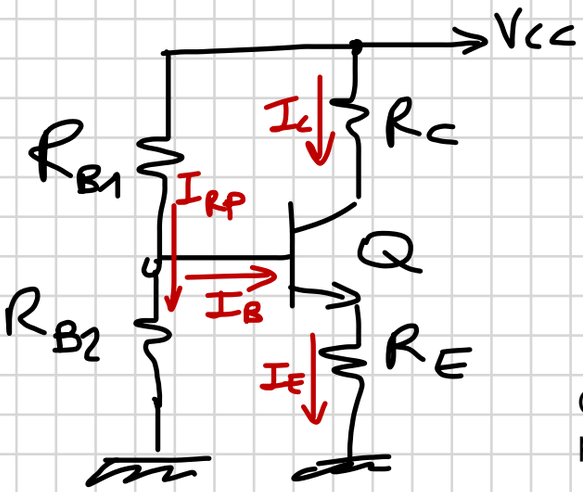
TRANSITORI BJT



visto dal basso

Il transistore BJT viene indicato con il simbolo in alto a sinistra, mentre nella figura a destra abbiamo riportato la vista dal basso e laterale di un dispositivo reale. Il case metallico e' cortocircuitato con il terminale di collettore. Il terminale di emettitore e' invece quello in corrispondenza della protuberanza del case. Guardiamo un circuito tipico di polarizzazione.



Se $I_{RP} \gg I_B$

$$V_B = \frac{R_{B2} V_{CC}}{R_{B1} + R_{B2}}$$

Questa ipotesi viene detta di partitore pesante ed e' verificata se IRP > 20 IB

La tensione sull'emettitore e' pari a:

$$V_E = V_B - V_\gamma$$

da cui deriva che $I_E = \frac{V_E}{R_E}$

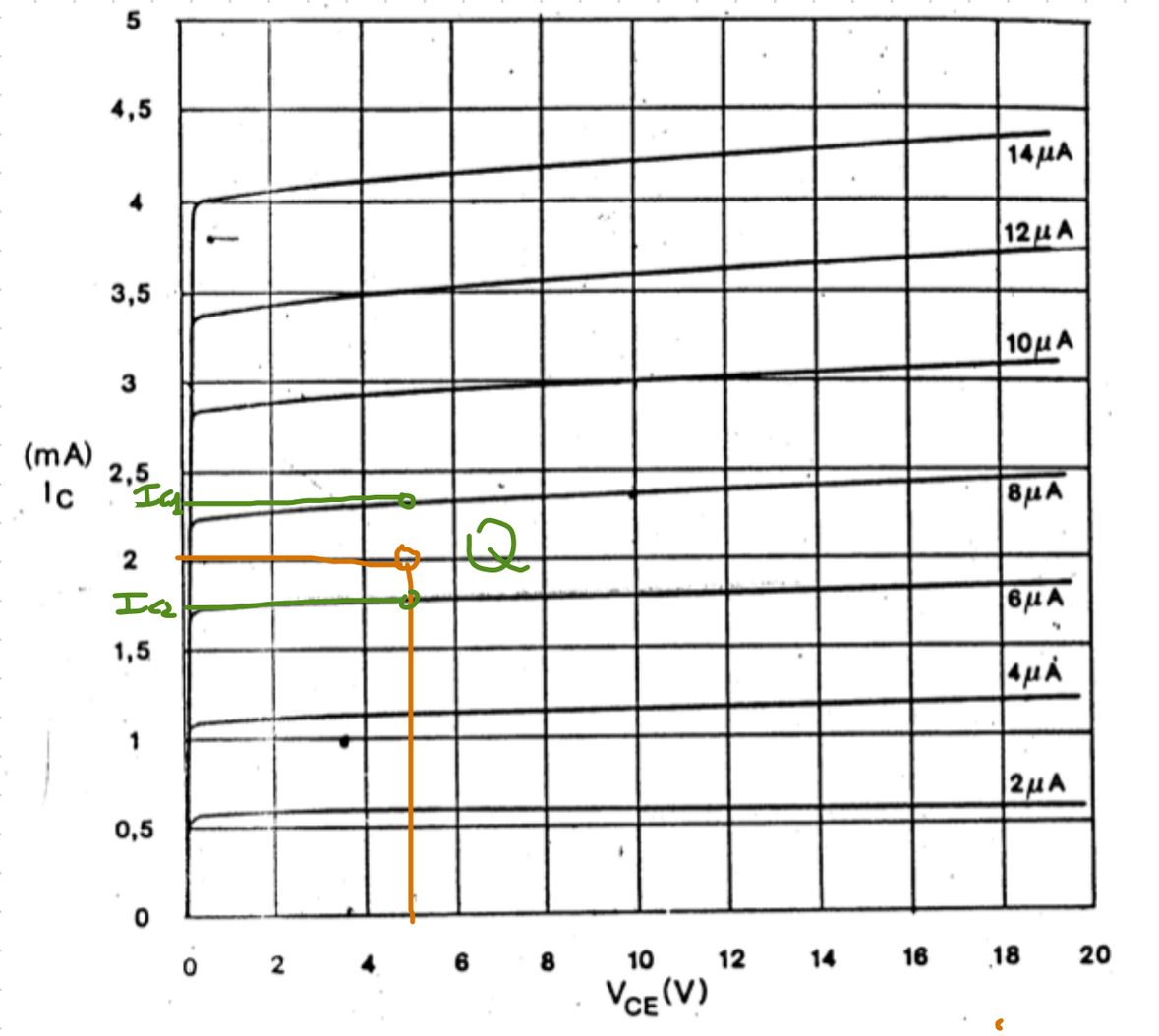
visto che IE=IC+IB e che IB<<IC => $I_E \simeq I_C$

Mi posso allora ricavare anche la VCE

$$V_{CE} = V_C - V_E = V_{CC} - R_C I_C - R_E I_C$$

Ricavata la IC e la VCE, dalle caratteristiche di uscita mi ricavo la IB che deve verificare le due ipotesi assunte di sopra.

Se per esempio: $V_{CE} = 5V$; $I_C = 2mA$



Da cui ricaviamo

$I_B \simeq 7\mu A$

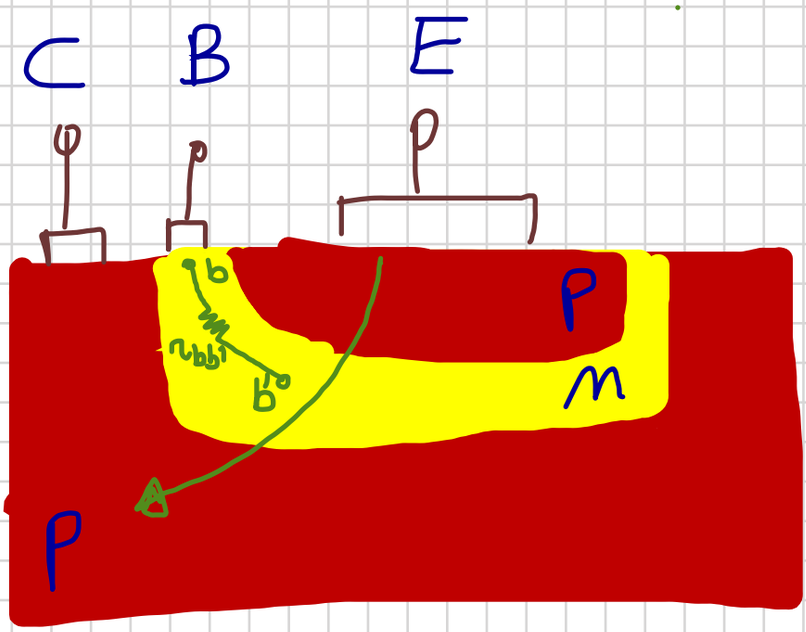
A questo punto mi posso ricavare il guadagno di corrente dinamico come:

$$h_{fe} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{I_{C1} - I_{C2}}{\Delta I_B} \rightarrow 2\mu A$$

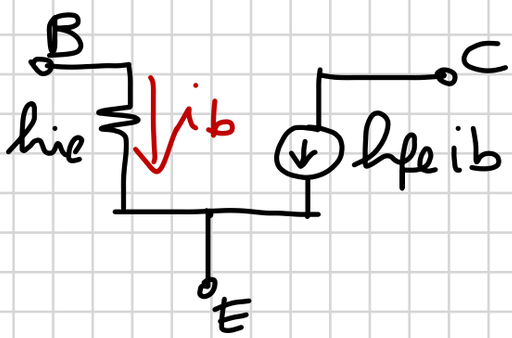
sappiamo inoltre che hie puo' essere espressa come:

$$h_{ie} = r_{bb'} + \frac{V_T}{I_C} h_{fe}$$

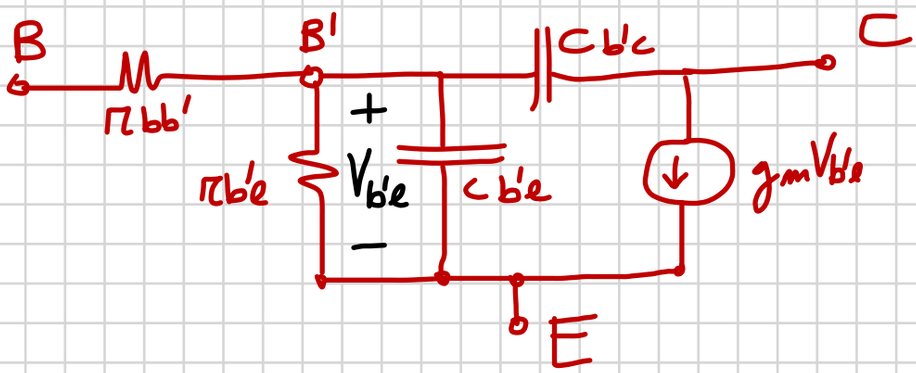
dove rbb' e' la resistenza intrinseca di base, come mostrato nella figura di sotto dove e' rappresentata la sezione longitudinale di un BJT con diffusioni di collettore, base e emettitore.



La resistenza rbb' e' indipendente dalla polarizzazione e quindi viene ricavata dalle caratteristiche, dal valore di hie fornito dal costruttore per un determinato punto di riposo. Per esempio nel caso del BC109B, (@ IC=2 mA and VCE=5 V), hfe=300 e hie=4.8kOhm, da cui ricaviamo rbb'=900 Ohm. Abbiamo quindi tutti i parametri per il circuito equivalente mostrato di sotto.



Questo circuito pero' funziona per le basse e medie frequenze. Per frequenze alte invece, cominciano a diventare rilevanti le capacita' parassite tra base e collettore e tra base ed emettitore. A tal fine dobbiamo utilizzare il CIRCUITO di GIACOLETTO.



Abbiamo le seguenti relazioni che legano il circuito precedente a quello di Giacoletto, ovvero:

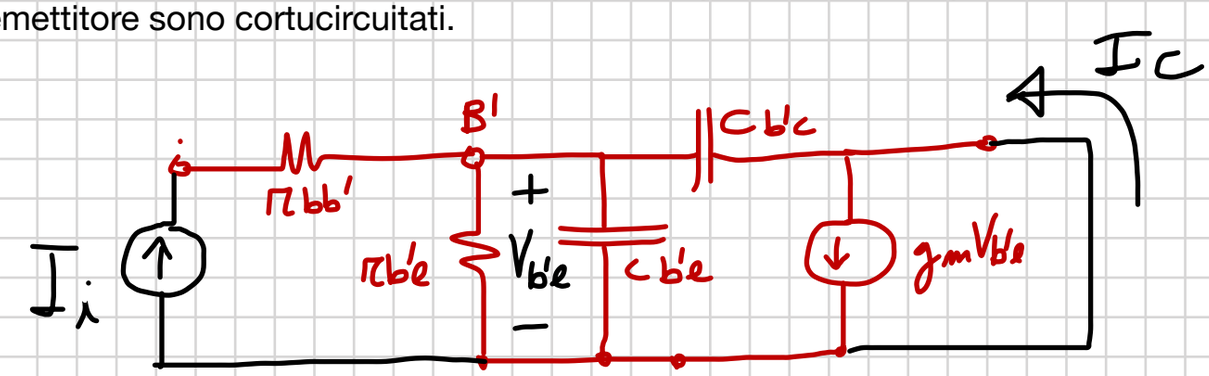
$$I_c = h_{fe} i_b = g_m V_{b'e}$$

$$V_{b'e} = r_{b'e} i_b$$

$$\Downarrow$$

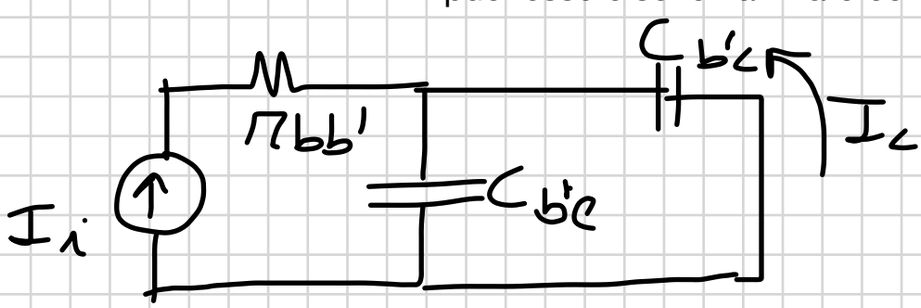
$$h_{fe} i_b = g_m r_{b'e} i_b \Longrightarrow h_{fe} = g_m r_{b'e}$$

Ricaviamoci ora la frequenza di cut-off, definita come la frequenza per cui abbiamo un guadagno unitario tra la corrente di ingresso e quella in uscita, quando il collettore e l'emettitore sono cortucircuitati.



$$A_I = \frac{I_c}{I_i}$$

Mi aspetto una funzione di trasferimento con un solo polo, visto che nel circuito abbiamo 2 condensatori e una maglia impropria. Per frequenze tendenti all'infinito inoltre, Al e' diverso da zero, e quindi mi aspetto anche uno zero finito. Infatti, per f tendenti all'infinito, il circuito puo' essere schematizzato come segue:



in quanto Vb'e tende a zero, tendendo a zero l'impedenza rb'e//Cb'e e quindi tende a zero anche la corrente imposta dal generatore controllato. D'altronde il parallelo rb'e// Cb'e e' circa pari a Cb'e. Avremo quindi un partitore di corrente, ovvero:

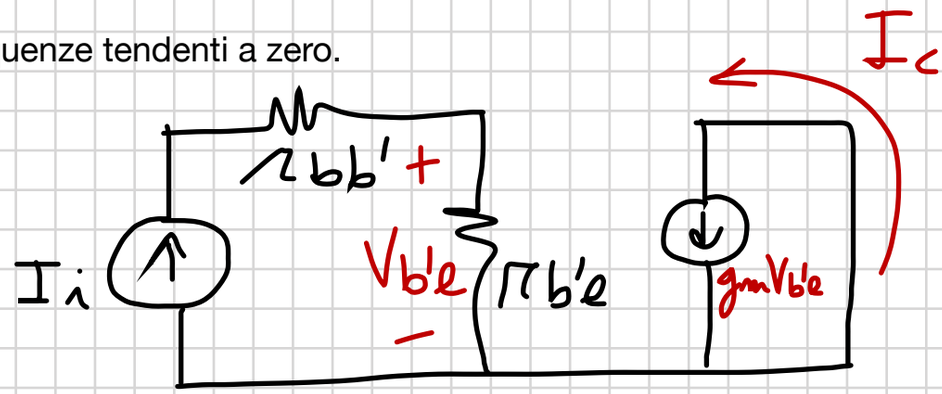
$$A_I(\infty) = \frac{I_c}{I_i} = -\frac{C_{b'c}}{C_{b'c} + C_{b'e}}$$

La funzione di trasferimento avra' quindi la forma:

$$A_I(\omega) = \frac{A_I(0)\left(\frac{s}{\omega_z}+1\right)}{\left(\frac{s}{\omega_p}+1\right)}$$

Ricaviamoci l'amplificazione per frequenze tendenti a zero.

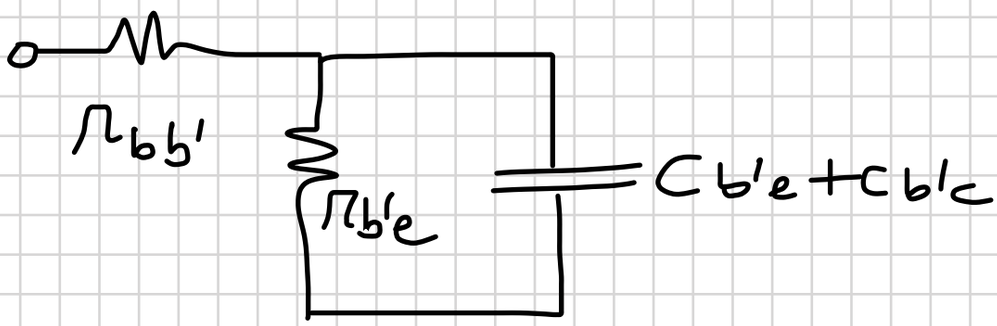
$$A_I(0) = \frac{I_c}{I_i}$$



$$I_c = g_m V_{b'e} \qquad V_{b'e} = r_{b'e} I_i$$

Quindi $\quad A_I(0) = g_m r_{b'e}$

Calcoliamoci ora il polo, tramite il metodo della resistenza vista.



$$\omega_p = \frac{1}{r_{b'e}(C_{b'e}+C_{b'c})}$$

Quindi

$$\omega_z = \frac{\omega_p A_I(0)}{A_I(\infty)} = \frac{-g_m}{C_{b'c}}$$

Dato che $\omega_p \ll \omega_z$

$$A_I \simeq \frac{A_I(0)}{\frac{s}{\omega_p}+1} = \frac{h_{fe}}{\frac{s}{\omega_p}+1}$$

Quindi $|A_I(\omega_T)| = 1$

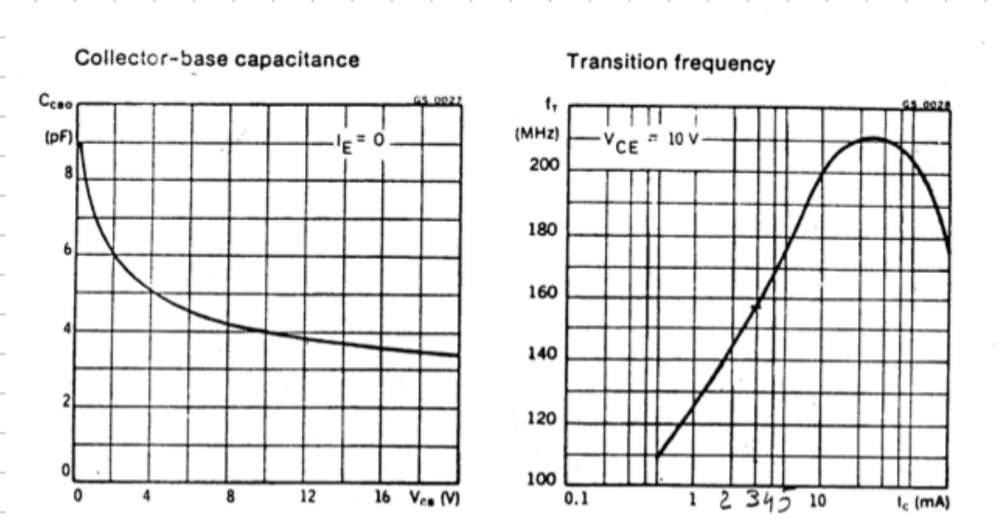
$$1 = \frac{h_{fe}^2}{\frac{\omega_T^2}{\omega_p^2}+1} \Rightarrow \frac{\omega_T^2}{\omega_p^2}+1 = h_{fe}^2$$

$$\frac{\omega_T^2}{\omega_p^2} = h_{fe}^2 - 1 \simeq h_{fe}^2 \Rightarrow \omega_T = h_{fe}\,\omega_p$$

$$\omega_T = \frac{h_{fe}}{r_{b'e}(C_{b'e}+C_{b'c})} = \frac{g_m}{C_{b'e}+C_{b'c}}$$

$$f_T = \frac{\omega_T}{2\pi} = \frac{g_m}{2\pi(C_{b'e}+C_{b'c})}$$

Dalle caratteristiche, data la VCE ci possiamo ricavare la fT e la Cb'c e da queste la Cb'e da inserire nel circuito di GIACOLETTO.



Metodo di GRABEL

Il metodo di GRABEL permette di ricavare il polinomio caratteristico di una rete lineare con n condensatori, che, in generale, ha la seguente forma:

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + 1$$

Introduciamo la regola mnemonica per la determinazione dei vari termini:

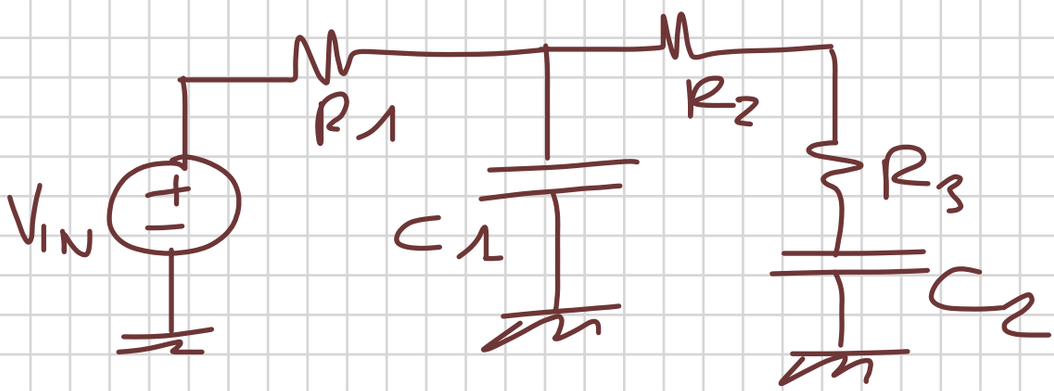
Il j-esimo termine del polinomio e' dato dalla somma di tutti i possibili prodotti tra i condensatori presi a gruppi di j e le loro resistenze viste, considerando, per le resistenze viste, chiusi tutti i condensatori con pedice maggiore.

Definiamo le seguenti resistenze viste:

R_{jj}^{0} = resistenza vista dal condensatore j, considerando li altri condensatori aperti

R_{jj}^{i} = resistenza vista dal condensatore j, considerando il condensatore i chiuso

Facciamo un esempio, considerando il circuito di sotto, ricavandoci i vari termini.



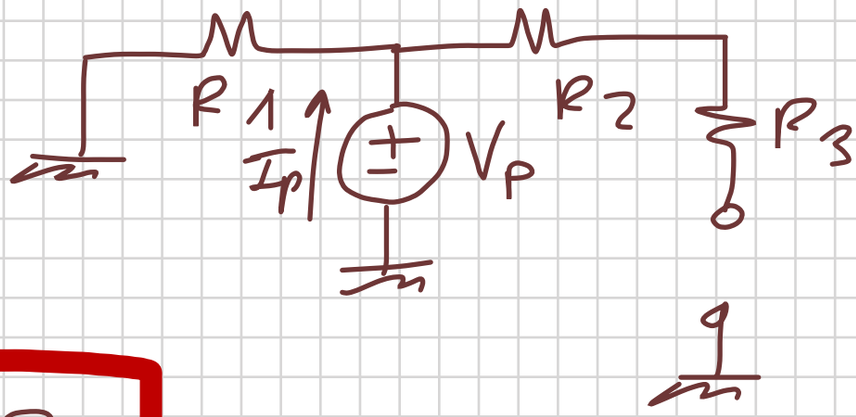
In particolare, il polinomio caratteristico e i termini a1 e a2 avranno le seguenti espressioni:

$$P(s) = a_2 s^2 + a_1 s + 1 \qquad a_2 = R_{11}^{2} R_{22}^{0} C_1 C_2$$

$$a_1 = R_{11}^{0} C_1 + R_{22}^{0} C$$

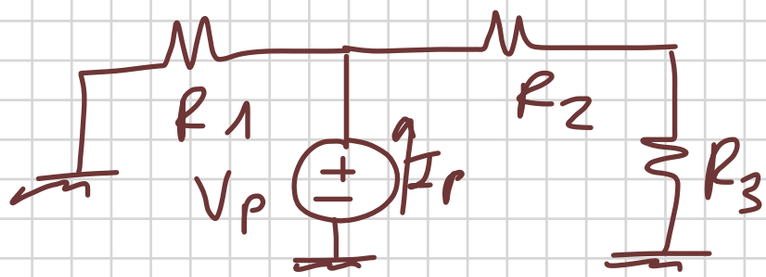
Ricaviamoci quindi i vari termini, considerando i seguenti circuiti:

R_{11}^{0}



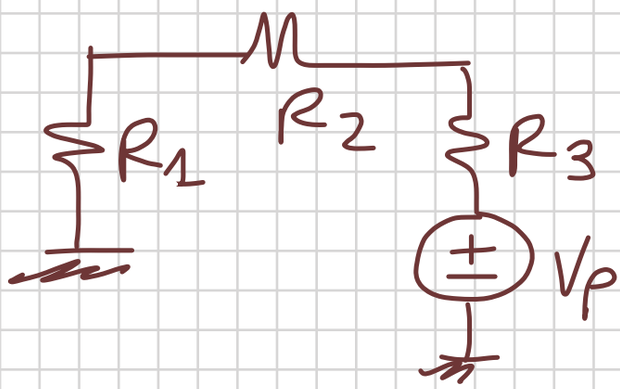
$$\boxed{R_{11}^{0} = R_1}$$

R_{11}^{2}



$$\boxed{R_{11}^{2} = R_1 // (R_2 + R_3)}$$

R_{22}^{0}



$$R_{22}^{0} = R_1 + R_2 + R_3$$

Nel caso di una rete a 3 condensatori, i termini sarebbero stati i seguenti

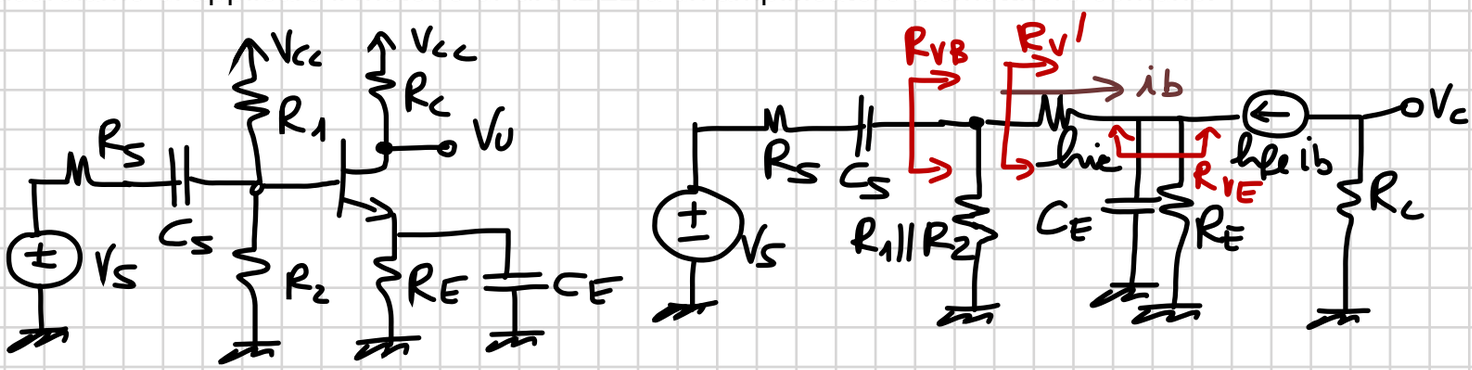
$$P(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1$$

$$a_3 = R_{11}^{2,3} R_{22}^{3} R_{33}^{0} C_1 C_2 C_3$$

$$a_2 = R_{11}^{2} R_{22}^{0} C_1 C_2 + R_{11}^{3} R_{33}^{0} C_1 C_3 + R_{22}^{3} R_{33}^{0} C_2 C_3$$

$$a_1 = R_{11}^{0} C_1 + R_{22}^{0} C_2 + R_{33}^{0} C_3$$

Guardiamo di applicare il metodo di GRABEL a un amplificatore a emettitore comune.



Ricaviamoci i valori delle resistenze viste, indicate nel circuito equivalente

$$R_{VB} = R_1 // R_2 // R_V'$$

$$R_V' = h_{ie} + R_E(h_{fe} + 1)$$

$$R_{VE} = R_E // \frac{[h_{ie} + R_1 // R_2]}{h_{fe} + 1}$$

La funzione di trasferimento invece avra' la seguente forma:

$$A_f = \frac{K s \left(\frac{s}{\omega_{z1}} + 1\right)}{\left(\frac{s}{\omega_{p1}} + 1\right)\left(\frac{s}{\omega_{p2}} + 1\right)}$$

Infatti ho 2 condensatori e nessuna maglia impropria, quindi il denominatore sara' di secondo grado. Ho un condensatore in serie al segnale, quindi mi aspetto uno zero nell'origine. Essendo poi l'amplificazione per frequenze infinite diversa da zero, allora mi aspetto uno zero finito.

In particolare:

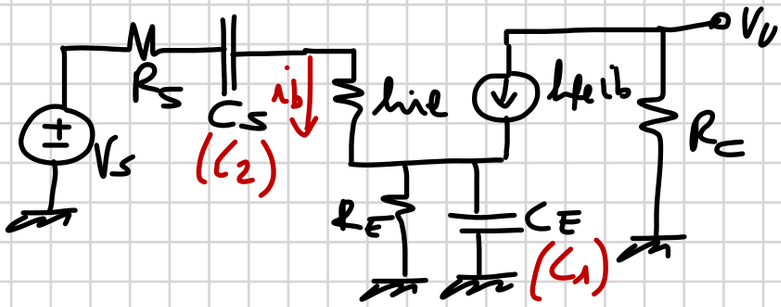
$$\omega_{z1} = \frac{1}{R_E C_E}$$

$$A_f(f \to +\infty) = A_{f\infty} = \frac{K \omega_{p1} \omega_{p2}}{\omega_{z1}}$$

$$A_{f\infty} = -\frac{R_c h_{fe}}{h_{ie}} = -R_c g_m$$

Restano da calcolare i poli della funzione attraverso il teorema di GRABEL. Supponiamo di poter trascurare la resistenza R1//R2. Il circuito risulta il seguente:

$R_s = 500\Omega$
$C_s = 2\mu F$
$h_{ie} = 2k\Omega$
$h_{fe} = 150$
$R_E = 100\Omega$
$C_E = 10\mu F$
$R_c = 2k\Omega$



$$R_{11}^2 R_{22}^0 C_1 C_2 s^2 + (R_{11}^0 C_1 + R_{22}^0 C_2) s + 1 = 0$$

$$R_{11}^0 = R_E = 100\Omega$$

$$R_{22}^0 = R_s + h_{ie} + R_E(h_{fe}+1) = 17{,}6\ k\Omega$$

$$R_{11}^2 = R_E // \left(\frac{h_{ie} + R_s}{h_{fe}+1}\right) = 14{,}2\ \Omega$$

Quindi $\omega_{p1} = 27{,}73$ rad/sec

$\omega_{p2} = 7{,}215$ krad/sec

Ricaviamoci ora i poli, supponendo che questi siano molto distanziati in frequenza, ovvero che il polo introdotto da C1, sia dato dal prodotto di C1 per la resistenza vista da C1 quando C2 e' cortocircuitato, mentre quello introdotto da C2, sia il prodotto di C2 per la una resistenza vista con C1 aperto.

$$\omega_{p1} = \frac{1}{R_{11}^{2} C_1} \qquad R_{11}^{2} = R_E \,//\, \frac{h_{ie} + R_S}{h_{fe}+1} = 14{,}2\,\Omega$$

Quindi $\omega_{p1} = 7040$ rad/sec

$$\omega_{p2} = \frac{1}{R_{22}^{0} C_2} \Rightarrow R_{22}^{0} = R_S + h_{ie} + R_E(h_{fe}+1) = 17{,}6\,k\Omega$$

$$\omega_{p2} = 28{,}41 \text{ rad/sec}$$

Calcoliamoci l'errore relativo

$$\varepsilon_{\omega_{p1}} = 2{,}39\% \quad ; \quad \varepsilon_{\omega_{p2}} = 2{,}43\%$$

Se adesso prendiamo i seguenti valori per le capacita'

$$C_1 = 20\mu F \quad ; \quad C_2 = 0{,}5\mu F$$

Con il metodo semplificato otteniamo

$$\omega_{p1} = 3521 \text{ rad/sec} \; ; \; \omega_{p2} = 113{,}6 \text{ rad/sec}$$

e con il metodo di GRABEL

$$\omega_{p1} = 4220 \text{ rad/sec} \; ; \; \omega_{p2} = 100 \text{ rad/sec}$$

con un errore relativo pari a

$$\varepsilon_{\omega_{p1}} = 16{,}6\% \qquad e \qquad \varepsilon_{\omega_{p2}} = 11{,}5\%$$

quindi questa volta li errori non sono trascurabili. Come mai?
In generale possiamo scrivere il polinomio di secondo grado come:

$$\left(\frac{s}{\omega_{p1}}+1\right)\left(\frac{s}{\omega_{p2}}+1\right)=\underbrace{\frac{s^2}{\omega_{p1}\omega_{p2}}}_{a_2 s^2}+\underbrace{\left(\frac{1}{\omega_{p1}}+\frac{1}{\omega_{p2}}\right)}_{a_1}s+1$$

$$a_2=\frac{1}{\omega_{p1}\omega_{p2}} \quad \wedge \quad a_1=\left(\frac{1}{\omega_{p1}}+\frac{1}{\omega_{p2}}\right)$$

Se $\omega_{p1} \gg \omega_{p2}$

$$a_1 \simeq \frac{1}{\omega_{p2}} \; ; \quad a_2=\frac{a_1}{\omega_{p1}} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{\omega_{p1}}$$

Per GRABEL

$$a_1 = R_{11}^0 C_1 + R_{22}^0 C_2 \simeq \frac{1}{\omega_{p2}}$$

$$\omega_{p2} \simeq \frac{1}{R_{11}^0 C_1 + R_{22}^0 C_2}$$

$$\frac{1}{\omega_{p1}} = \frac{R_{11}^2 R_{22} C_1 C_2}{R_{11}^0 C_1 + R_{22}^0 C_2} \Rightarrow$$

$$\omega_{p1} = \frac{R_{11}^0 C_1 + R_{22}^0 C_2}{R_{11}^2 R_{22}^0 C_1 C_2}$$

Il metodo approssimato da' lo stesso risultato di quello di GRABEL se:

$R_{11}^0 C_1 \ll R_{22}^0 C_2$, ovvero

$$\omega_{p2} = \frac{1}{R_{22}^0 C_2}$$

e

$$\omega_{p1} = \frac{1}{R_{11}^2 C_1}$$

D'altra parte pero', visto che ogni volta che utilizziamo il metodo approssimato dobbiamo verificare la disuguaglianza a sinistra, allora, da un punto di vista di sforzo computazionale, i due metodi si equivalgono e risulta piu' vantaggioso il metodo di GRABEL